



دبیرخانه تحول در فرایند
یاددهی و یادگیری



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش پرورش
اداره کل آموزش پرورش شهرستان

آزمون شبه‌نهایی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: ریاضی و فیزیک	درس: آمار و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۴۰۵/۰۲/۱۷	ساعت شروع: ۸ صبح	پایه یازدهم دوره دوم متوسطه نظری

جهت دسترسی به فایل هر کیوآرکد، آن‌ها را انتخاب یا اسکن کنید.



پاسخ‌نمای تشریحی
فعال‌سازی ساعت ۲۰



پاسخبرگ آزمون
فعال



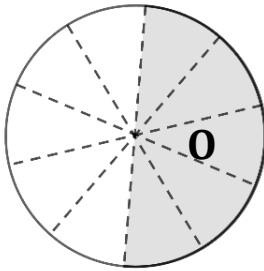
راهنمای تصحیح
جهت آشنایی دانش‌آموزان با بارم‌بندی
فعال‌سازی ساعت ۲۰

باسمه تعالی

سوال آزمون شبه نهایی: آمار و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۳
پایه یازدهم دوره دوم متوسطه نظری	ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۵/۰۲/۱۷	نام و نام خانوادگی:
ردیف	سؤالات (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)		
نمره			

۰/۷۵	۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) اگر $A \times B = B \times A$ ، آن گاه $A = B$. ب) $P((A_1 \cup A_2) B) = P(A_1 B) + P(A_2 B)$ ج) میانگین و واریانس ۱۰ داده به ترتیب ۸ و ۴ است. ضریب تغییرات این دادهها ۰/۲۵ است.												
۰/۷۵	۲	جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید. الف) ارزش گزاره شرطی $q \Rightarrow p \wedge q$ همواره است. ب) بر روی وجههای یک تاس عددهای ۱، ۱، ۱، ۲، ۳ نوشته شده است. این تاس را پرتاب می کنیم. احتمال اینکه عدد ۱ بیاید، برابر است. ج) انحراف معیار دادههای ۱۰۰ و a و $2b$ ، صفر است. مقدار عددی b برابر با است.												
۰/۷۵	۳	در هر مورد گزینه صحیح را انتخاب کنید. الف) خانوادهای دارای سه فرزند است. می دانیم دست کم یک فرزند دختر است. احتمال آنکه دقیقاً دو فرزند دختر باشد چقدر است؟ <table style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>$\frac{1}{3}$ (۱)</td> <td>$\frac{1}{4}$ (۲)</td> <td>$\frac{2}{7}$ (۳)</td> <td>$\frac{3}{8}$ (۴)</td> </tr> </table> ب) اگر در یک جدول فراوانی، فراوانی یک دسته ۱۵ و فراوانی نسبی آن ۰/۲۵ باشد، تعداد کل دادهها کدام است؟ <table style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>۴۵ (۱)</td> <td>۶۰ (۲)</td> <td>۷۵ (۳)</td> <td>۹۰ (۴)</td> </tr> </table> ج) وجود داده دور افتاده بر کدام یک از معیارهای زیر تاثیر کمتری دارد؟ <table style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>واریانس (۱)</td> <td>میان (۲)</td> <td>میانگین (۳)</td> <td>انحراف معیار (۴)</td> </tr> </table>	$\frac{1}{3}$ (۱)	$\frac{1}{4}$ (۲)	$\frac{2}{7}$ (۳)	$\frac{3}{8}$ (۴)	۴۵ (۱)	۶۰ (۲)	۷۵ (۳)	۹۰ (۴)	واریانس (۱)	میان (۲)	میانگین (۳)	انحراف معیار (۴)
$\frac{1}{3}$ (۱)	$\frac{1}{4}$ (۲)	$\frac{2}{7}$ (۳)	$\frac{3}{8}$ (۴)											
۴۵ (۱)	۶۰ (۲)	۷۵ (۳)	۹۰ (۴)											
واریانس (۱)	میان (۲)	میانگین (۳)	انحراف معیار (۴)											
۱	۴	<p>A و B دو مجموعه با مرجع U هستند، به طوری که $A \subseteq B$. در این صورت هر کدام از عبارتهای ستون اول را به ساده شده آن در ستون دوم نظیر کنید. (در ستون دوم یک مورد اضافه است).</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>ستون اول</th> <th>ستون دوم</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۱) $B' - A'$</td> <td>\emptyset</td> </tr> <tr> <td>۲) $A' \cup B'$</td> <td>U</td> </tr> <tr> <td>۳) $A \cup (B \cup A')$</td> <td>A</td> </tr> <tr> <td>۴) $(B - A) \cup A$</td> <td>B</td> </tr> </tbody> </table>	ستون اول	ستون دوم	۱) $B' - A'$	\emptyset	۲) $A' \cup B'$	U	۳) $A \cup (B \cup A')$	A	۴) $(B - A) \cup A$	B		
ستون اول	ستون دوم													
۱) $B' - A'$	\emptyset													
۲) $A' \cup B'$	U													
۳) $A \cup (B \cup A')$	A													
۴) $(B - A) \cup A$	B													
۱/۵	۵	با استفاده از جدول ارزش گزارهها ثابت کنید: $\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$												
۱	۶	به روش عضوگیری ثابت کنید: اگر $A \subseteq B$ ، آنگاه $B' \subseteq A'$.												
ادامه سؤالات در صفحه دوم														

۷	ارزش گزاره زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید، سپس نقیض گزاره را با استفاده از نماد \forall یا \exists به زبان ریاضی بنویسید. $\exists x \in \mathbb{N}; x^2 + 3x + 2 = 0$
۸	اگر دو عضو از مجموعه متناهی A حذف کنیم، آنگاه تعداد زیر مجموعه‌های آن ۱۹۲ واحد کم می‌شود. مجموعه A چند زیر مجموعه سره دارد؟
۹	شکل روبرو نمودار $A \times B$ است. مجموعه‌های A و B را مشخص کنید. 
۱۰	A و B دو پیشامد ناسازگار هستند، به طوری که $P(A) = \frac{1}{5}$ و $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$. موارد خواسته شده را به دست آورید. الف) $P(A \cap B)$ ب) $P(B')$
۱۱	مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 200\}$ را در نظر بگیرید. به تصادف عددی انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه این عدد بر ۵ بخش پذیر باشد ولی بر ۳ بخش پذیر نباشد را محاسبه کنید. ۱/۲۵
۱۲	اگر فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی و $A = \{a, b\}$ ، $B = \{a, b, d, e\}$ و $C = \{a, b, e\}$ سه پیشامد باشند به طوری که $P(A) = \frac{2}{7}$ و $P(B) = \frac{2}{5}$ ، مقدار $P(C')$ را محاسبه کنید. ۱/۲۵
۱۳	جعبه‌ای دارای ۵ مهره آبی و ۷ مهره سبز است. دو مهره بدون جای گذاری و به صورت پی‌درپی بیرون می‌آوریم. اگر A پیشامد آبی بودن مهره اول و B پیشامد سبز بودن مهره دوم باشد، الف) احتمال این که هر دو پیشامد رخ دهد چقدر است؟ ب) مستقل یا وابسته بودن پیشامدهای A و B را بررسی کنید. ۱/۷۵
۱۴	دو ظرف همانند داریم؛ اولین ظرف شامل ۱۶ لامپ است که ۴ تای آن‌ها معیوب است و دومین ظرف شامل ۱۲ لامپ است که ۲ تای آن‌ها معیوب است. به تصادف یکی از دو ظرف را انتخاب می‌کنیم و لامپی از آن خارج می‌کنیم. الف) احتمال آنکه لامپ انتخابی معیوب باشد چقدر است؟ ب) با فرض آنکه لامپ انتخابی معیوب باشد، با چه احتمالی از ظرف اول بیرون آمده است؟ ۱/۵
۱۵	۸۵ درصد افراد شاغل در ادارات دولتی یک شهر، تحصیلات دانشگاهی دارند. به تصادف ۳ نفر را انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که هیچ کدام از آن‌ها تحصیلات دانشگاهی نداشته باشند، چقدر است؟ ۰/۷۵
	ادامه سؤالات در صفحه سوم

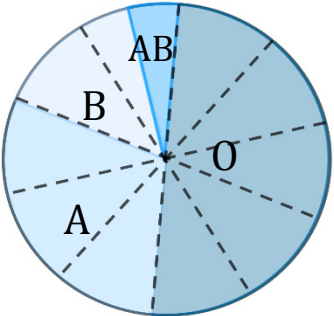
۰/۷۵	<p>گروه خونی ۱۰۰ نفر به شرح زیر داده شده است. نمودار دایره‌ای مربوط به این داده‌ها را کامل کنید.</p>  <table border="1" data-bbox="183 459 678 593"> <thead> <tr> <th>گروه خونی</th> <th>O</th> <th>A</th> <th>B</th> <th>AB</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>فراوانی</td> <td>۵۰</td> <td>۳۰</td> <td>۱۵</td> <td>۵</td> </tr> </tbody> </table>	گروه خونی	O	A	B	AB	فراوانی	۵۰	۳۰	۱۵	۵	۱۶
گروه خونی	O	A	B	AB								
فراوانی	۵۰	۳۰	۱۵	۵								
۱/۲۵	<p>داده‌های آماری ۱۵، ۱۶، ۱۴، ۹، ۱۱، ۱۲، ۱۵، ۱۸، ۱۳، ۱۱ را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) مقادیر زیر را مشخص کنید.</p> <p style="text-align: center;">IQR = ...</p> <p style="text-align: center;">میانه = ...</p> <p>ب) مد داده‌های بالا را در صورت وجود مشخص کنید.</p>	۱۷										
۱/۷۵	<p>الف) میانگین ۵ داده آماری ۱۷ است. داده‌های ۲۱ و ۲۰ به آن‌ها اضافه شده است. میانگین ۷ داده را محاسبه کنید.</p> <p>ب) اگر انحراف ۵ داده از میانگین آن‌ها ۴، ۱، ۲، -۲، و -۵ باشند، آنگاه واریانس این داده‌ها را به دست آورید.</p>	۱۸										
موفق و سربلند باشید.												

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان شبه نهایی: آمار و احتمال																														
تاریخ امتحان: ۱۴۰۵/۰۲/۱۷		پایه یازدهم دوره دوم متوسطه نظری																															
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف																														
۰/۷۵	الف) نادرست <u>صفحه ۳۲</u> (ب) نادرست <u>صفحه ۵۲</u> (ج) درست <u>صفحه ۹۰</u> هر مورد (۰/۲۵) نمره		۱																														
۰/۷۵	الف) درست <u>صفحه ۹</u> (ب) $\frac{۲}{۳}$ <u>صفحه ۴۵</u> (ج) <u>صفحه ۵۰</u> <u>صفحه ۸۸</u> هر مورد (۰/۲۵) نمره		۲																														
۰/۷۵	الف) گزینه ۳ یا $\frac{۳}{۷}$ <u>صفحه ۵۰</u> (ب) گزینه ۲ یا ۶۰ <u>صفحه ۷۲</u> (ج) گزینه ۲ یا میانه <u>صفحه ۸۳</u> هر مورد (۰/۲۵) نمره		۳																														
۱	هر مورد (۰/۲۵) نمره (۱) \emptyset (۲) A' (۳) U (۴) <u>B صفحه ۲۴</u>		۴																														
۱/۵	<table border="1"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$p \Rightarrow q$</th> <th>$\sim (p \Rightarrow q)$</th> <th>$\sim q$</th> <th>$p \wedge \sim q$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>ن</td> </tr> <tr> <td>د</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>ن</td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>ن</td> </tr> </tbody> </table> <p>(نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵)</p> <p>مشخص کردن دو ستون هم‌ارز (۰/۲۵) نمره</p> <p>تمرین ۶ صفحه ۱۵</p>		p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim (p \Rightarrow q)$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	د	د	د	ن	ن	ن	د	ن	ن	د	د	د	ن	د	د	ن	ن	ن	ن	ن	د	ن	د	ن	۵
p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim (p \Rightarrow q)$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$																												
د	د	د	ن	ن	ن																												
د	ن	ن	د	د	د																												
ن	د	د	ن	ن	ن																												
ن	ن	د	ن	د	ن																												
۱	$\forall x; (\underbrace{x \in B'}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{x \notin B}_{(۰/۲۵)} \xrightarrow{A \subseteq B} \underbrace{x \notin A}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{x \in A'}_{(۰/۲۵)})$		صفحه ۱۸																														
۱	$x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \notin \mathbb{N} \\ x = -2 \notin \mathbb{N} \end{cases} (۰/۲۵)$ <p>بنابراین ارزش گزینه غلط است. (۰/۲۵)</p> <p>نقیض گزاره $\forall x \in \mathbb{N}; x^2 + 3x + 2 \neq 0$ (۰/۲۵)</p>		۷																														
ادامه در صفحه بعد																																	

راهنمای تصحیح امتحان شبیه نهایی: آمار و احتمال		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
پایه یازدهم دوره دوم متوسطه نظری				تاریخ امتحان: ۱۴۰۵/۰۲/۱۷			
ردیف	راهنمای تصحیح						نمره
۸	$2^n - 192 = 2^{n-2} \rightarrow 2^{n-2}(2^2 - 1) = 192 \rightarrow 2^{n-2} = 64 \rightarrow \frac{n}{(0/25)} = 8, \quad 2^n - 1 = 255 \quad (0/25)$						۱
۹	$A = \{-1, 1, 2\} \quad B = [1, 4) \quad \text{هر مورد (0/5)}$						۱
۱۰	<p>الف) $P(A \cap B) = 0 \quad (0/25)$</p> <p>ب) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{1}{5} + P(B) \rightarrow P(B) = \frac{11}{20} \quad (0/25)$</p> <p>$P(B') = 1 - \frac{11}{20} = \frac{9}{20} \quad (0/25)$</p> <p>توجه: در صورتی که فرمول نوشته نشده باشد اما در ادامه جای گذاری به درستی انجام شود نمره ای کسر نگردد.</p>						۱
۱۱	<p>نوشتار اول:</p> <p>A: پیشامد آن که عدد بر ۵ بخش پذیر باشد. B: پیشامد آن که عدد بر ۳ بخش پذیر باشد.</p> <p>$n(A) = \left[\frac{200}{5} \right] = 40 \quad (0/25) \quad n(A \cap B) = \left[\frac{200}{15} \right] = 13 \quad (0/25)$</p> <p>$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{40}{200} - \frac{13}{200} = \frac{27}{200} \quad (0/25)$</p> <p>توجه: در صورتی که دانش آموز تنها به $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$ اشاره کرده باشد، (0/25) تعلق گیرد.</p>						۱/۲۵
	<p>نوشتار دوم:</p> <p>$n(A) = \left[\frac{200}{5} \right] = 40 \quad (0/25) \quad \text{و} \quad n(A \cap B) = \left[\frac{200}{15} \right] = 13 \quad (0/25)$</p> <p>$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 27 \quad (0/5) \quad \text{و} \quad P(A - B) = \frac{27}{200} \quad (0/25)$</p>						۱/۲۵
۱۲	<p>$C' = \{c, d\} \quad (0/25)$</p> <p>$P(B) = \frac{3}{5} \rightarrow P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = \frac{3}{5} \quad (0/25)$</p> <p>$\frac{P(A) = P(a) + P(b) = \frac{2}{5}}{\rightarrow} P(c) + P(d) = \frac{4}{35} \quad (0/25) \rightarrow P(C') = \frac{4}{35} \quad (0/25) \quad \text{صفحه ۴۷}$</p>						۱/۲۵
ادامه در صفحه بعد							

راهنمای تصحیح امتحان شبه نهایی: آمار و احتمال		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
تاریخ امتحان: ۱۴۰۵/۰۲/۱۷				پایه یازدهم دوره دوم متوسطه نظری			
ردیف	راهنمای تصحیح						نمره
۱۳	<p>الف) $P(A \cap B) = \frac{5}{12} \times \frac{7}{11} = \frac{35}{132}$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) روش اول:</p> <p>$P(A) = \frac{5}{12}$ و $P(A \cap B) = \frac{35}{132}$</p> <p>$P(B) = \frac{5}{12} \times \frac{7}{11} + \frac{7}{12} \times \frac{6}{11} = \frac{77}{132}$ یا $\frac{7}{12}$ (۰/۲۵)</p> <p>$P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$ (۰/۲۵)</p> <p>A و B مستقل نیستند. (۰/۲۵)</p> <p>توجه: در صورتی که دانش آموز در قسمت الف بابت $P(A) = \frac{5}{12}$ یا $P(A \cap B) = \frac{35}{132}$ نمره‌ای دریافت نکرده است، در قسمت ب (۰/۲۵) نمره تعلق می‌گیرد.</p>						۱/۲۵
	<p>روش دوم:</p> <p>$P(B) = \frac{5}{12} \times \frac{7}{11} + \frac{7}{12} \times \frac{6}{11} = \frac{77}{132}$ یا $\frac{7}{12}$ (۰/۲۵) و $P(B A) = \frac{7}{11}$ (۰/۲۵)</p> <p>$P(B) \neq P(B A)$ (۰/۲۵)</p> <p>A و B مستقل نیستند. (۰/۲۵)</p> <p>صفحه ۶۵</p>						
۱۴	<p>A: پیشامد معیوب بودن لامپ B: پیشامد انتخاب از ظرف اول</p> <p>الف) $P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{4}{16} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{12} = \frac{5}{24}$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $P(B A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{4}{16}}{\frac{5}{24}} = \frac{3}{5}$ (۰/۲۵)</p> <p>توجه: در صورتی که دانش آموز تنها نمودار درختی را رسم کرده باشد (۰/۲۵) نمره تعلق می‌گیرد.</p> <p>صفحه ۵۷</p>						۱/۵
ادامه در صفحه بعد							

راهنمای تصحیح امتحان شبه نهایی: آمار و احتمال		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
پایه یازدهم دوره دوم متوسطه نظری				تاریخ امتحان: ۱۴۰۵/۰۲/۱۷			
ردیف	راهنمای تصحیح						نمره
۱۵	$\frac{(0/15)^3}{(0/5)} = \left(\frac{3}{20}\right)^3 = \frac{27}{8000} \quad (0/25)$						صفحه ۶۷
۱۶	<p>هر قطاع صحیح (۰/۲۵) نمره</p> 						صفحه ۷۲
۱۷	<p>(الف)</p> <p>۹, ۱۱, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۵, ۱۶, ۱۸</p> <p>میانه = ۱۳/۵ (۰/۲۵) $IQR = 15 - 11 = 4$ (۰/۵)</p> <p>صفحات ۸۲ و ۹۲</p> <p>(ب) ۱۵ و ۱۱ (۰/۵)</p>						
۱۸	<p>(الف) $17 = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i}{5} \rightarrow \sum_{i=1}^5 x_i = 5 \times 17 = 85$ (۰/۵) $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i + 21 + 20}{7} = 18$ (۰/۵) صفحه ۸۵</p> <p>(ب) $\sigma^2 = \frac{(-5)^2 + 2^2 + (-2)^2 + 1^2 + 4^2}{5} = \frac{50}{5} = 10$ (۰/۲۵) صفحه ۸۸</p>						
خدا قوت همکار گرامی							

این راهنما جهت آشنایی دانش آموزان با ریزبارم هر سوال آزمون می باشد.

۱. درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. (۰/۷۵ نمره)
- الف) اگر $A \times B = B \times A$ ، آن‌گاه $A = B$.
- ب) $P((A_1 \cup A_2) | B) = P(A_1 | B) + P(A_2 | B)$
- ج) میانگین و واریانس ۱۰ داده به ترتیب ۸ و ۴ است. ضریب تغییرات این داده‌ها ۰/۲۵ است.

پاسخ

الف) نادرست صفحه ۳۲

ب) نادرست صفحه ۵۲

ج) درست صفحه ۹۰
(هر مورد ۰/۲۵ نمره)

۲ جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید. (۰/۷۵ نمره)

الف) ارزش گزاره شرطی $q \Rightarrow p \wedge q$ همواره است.

ب) بر روی وجه‌های یک تاس عددهای ۱, ۱, ۱, ۱, ۲, ۳ نوشته شده است. این تاس را پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه عدد ۱ بیاید، برابر است.

ج) انحراف معیار داده‌های ۱۰۰ و a و $2b$ ، صفر است. مقدار عددی b برابر با است.

پاسخ

الف) درست صفحه ۹

ب) $\frac{2}{3}$ صفحه ۴۵

ج) ۵۰ صفحه ۸۸

(هر مورد ۰/۲۵ نمره)

فیلم پاسخ



۳ در هر مورد گزینه صحیح را انتخاب کنید. (۰/۷۵ نمره)
 الف) خانواده‌ای دارای سه فرزند است. می‌دانیم دست کم یک فرزند دختر است. احتمال آنکه دقیقاً دو فرزند دختر باشد چقدر است؟

$$\frac{1}{3} \quad (1) \quad \frac{1}{7} \quad (2) \quad \frac{3}{7} \quad (3) \quad \frac{3}{8} \quad (4)$$

ب) اگر در یک جدول فراوانی، فراوانی یک دسته ۱۵ و فراوانی نسبی آن ۰/۲۵ باشد، تعداد کل داده‌ها کدام است؟

$$45 \quad (1) \quad 60 \quad (2) \quad 75 \quad (3) \quad 90 \quad (4)$$

ج) وجود داده دور افتاده بر کدام یک از معیارهای زیر تاثیر کمتری دارد؟

- (۱) واریانس
 (۲) میانگین
 (۳) میانگین
 (۴) انحراف معیار

الف) گزینه ۳ یا $\frac{3}{7}$ صفحه ۵۰
 ب) گزینه ۲ یا ۶۰ صفحه ۷۲
 ج) گزینه ۲ یا میانگین صفحه ۸۳
 (هر مورد ۰/۲۵ نمره)



۴. A و B دو مجموعه با مرجع U هستند، به طوری که $A \subseteq B$. در این صورت هر کدام از عبارتهای ستون اول را به ساده شده آن در ستون دوم نظیر کنید. (در ستون دوم یک مورد اضافه است). (۱ نمره)

ستون اول	ستون دوم
$B' - A'$ (۱)	\emptyset
$A' \cup B'$ (۲)	U
$A \cup (B \cup A')$ (۳)	A
$(B - A) \cup A'$ (۴)	A'
	B

پاسخ

 \emptyset (۱) A' (۲) U (۳) B (۴)

(هر مورد ۰/۲۵ نمره) صفحه ۲۴

فیلم پاسخ



با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها ثابت کنید: (۱/۵ نمره)

$$\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

پاسخ

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim(p \Rightarrow q)$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$
د	د	د	ن	ن	ن
د	ن	ن	د	د	د
ن	د	د	ن	ن	ن
ن	ن	د	ن	د	ن

(۰/۲۵ نمره) (۰/۲۵ نمره) (۰/۲۵ نمره) (۰/۲۵ نمره) (۰/۲۵ نمره)

مشخص کردن دو ستون هم‌ارز (۰/۲۵ نمره)

تمرین ۶ صفحه ۱۵

فیلم پاسخ



۶ به روش عضوگیری ثابت کنید: اگر $A \subseteq B$ ، آنگاه $B' \subseteq A'$.
(۱ نمره)

پاسخ

صفحه ۱۸

$$\forall x; (\underbrace{x \in B'}_{(۰/۲۵ \text{ نمره})} \Rightarrow \underbrace{x \notin B}_{(۰/۲۵ \text{ نمره})} \stackrel{A \subseteq B}{\implies} \underbrace{x \notin A}_{(۰/۲۵ \text{ نمره})} \Rightarrow \underbrace{x \in A'}_{(۰/۲۵ \text{ نمره})})$$

فیلم پاسخ



۷. ارزش گزاره زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید، سپس نقیض گزاره را با استفاده از نماد \forall یا \exists به زبان ریاضی بنویسید. (۱ نمره)

$$\exists x \in \mathbb{N}; x^2 + 3x + 2 = 0$$

پاسخ

$$x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \notin \mathbb{N} \\ x = -2 \notin \mathbb{N} \end{cases} \quad (۰/۲۵ \text{ نمره})$$

بنابراین ارزش گزاره غلط است. (۰/۲۵ نمره)

نقیض گزاره:

$$\underbrace{\forall x \in \mathbb{N}}_{(۰/۲۵ \text{ نمره});} \underbrace{x^2 + 3x + 2 \neq 0}_{(۰/۲۵ \text{ نمره})}$$

صفحه ۱۳

فیلم پاسخ



۸ آزمون شبه نهایی یازدهم ریاضی

۸ اگر دو عضو از مجموعه متناهی A حذف کنیم، آنگاه تعداد زیر مجموعه‌های آن ۱۹۲ واحد کم می‌شود. مجموعه A چند زیر مجموعه سره دارد؟ (۱ نمره)

پاسخ

صفحه ۱۷

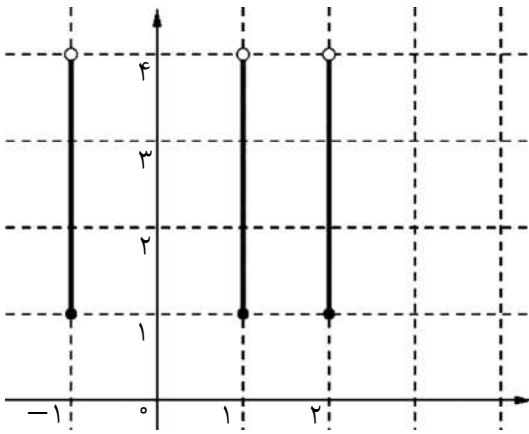
$$\underbrace{2^n - 192}_{(۵/۰ \text{ نمره})} = 2^{n-2} \rightarrow 2^{n-2}(2^2 - 1) = 192$$

$$\rightarrow 2^{n-2} = 64 \rightarrow \underbrace{n = 8}_{(۲۵/۰ \text{ نمره})}, \quad 2^n - 1 = 255 \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

فیلم پاسخ



۹. شکل زیر نمودار $A \times B$ است. مجموعه‌های A و B را مشخص کنید. (۱ نمره)



پاسخ

هر مورد (۵/۰ نمره) صفحه ۳۱

$$A = \{-1, 1, 2\} \quad B = [1, 4)$$

فیلم پاسخ



۱۰. A و B دو پیشامد ناسازگار هستند، به طوری که $P(A) = \frac{1}{5}$ و $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ موارد خواسته شده را به دست آورید.
(۱ نمره)

الف) $P(A \cap B)$

ب) $P(B')$

پاسخ

الف) $P(A \cap B) = 0$ (نمره ۰/۲۵)

$$\text{ب) } \underbrace{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}_{(نمره ۰/۲۵)} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{1}{5} + P(B)$$

$$\rightarrow P(B) = \frac{11}{20} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$P(B') = 1 - \frac{11}{20} = \frac{9}{20} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

توجه: در صورتی که فرمول نوشته نشده باشد اما در ادامه جای گذاری به درستی انجام شود نمره‌ای کسر نگردد.

صفحه ۴۲

فیلم پاسخ



۱۱. مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 200\}$ را در نظر بگیرید. به تصادف عددی انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه این عدد بر ۵ بخش پذیر باشد ولی بر ۳ بخش پذیر نباشد را محاسبه کنید. (۱/۲۵ نمره)

پاسخ

نوشتار اول:

A: پیشامد آن که عدد بر ۵ بخش پذیر باشد.

B: پیشامد آن که عدد بر ۳ بخش پذیر باشد.

$$n(A) = \left[\frac{200}{5} \right] = 40 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$n(A \cap B) = \left[\frac{200}{15} \right] = 13 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$\frac{40}{200} - \frac{13}{200} = \frac{27}{200} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

توجه: در صورتی که دانش آموز تنها به:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \quad (\text{نمره } 0/25)$$

تعلق گیرد.

نوشتار دوم:

$$n(A) = \left[\frac{200}{5} \right] = 40 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

و

$$n(A \cap B) = \left[\frac{200}{15} \right] = 13 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 27 \quad (\text{نمره } 0/5)$$

و

$$P(A - B) = \frac{27}{200} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

صفحه ۴۳

فیلم پاسخ



۱۲. اگر $S = \{a, b, c, d, e\}$ فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی و $A = \{a, b\}$ ، $B = \{a, b, d, e\}$ و $C = \{a, b, e\}$ سه پیشامد باشند به طوری که $P(A) = \frac{2}{5}$ و $P(B) = \frac{2}{5}$ مقدار $P(C')$ را محاسبه کنید. (۱/۲۵ نمره)

پاسخ

$$C' = \{c, d\} \quad (۰/۲۵ \text{ نمره})$$

$$P(B) = \frac{3}{5}$$

$$\rightarrow P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = \frac{3}{5} \quad (۰/۲۵ \text{ نمره})$$

$$\overbrace{P(A)=P(a)+P(b)=\frac{2}{5}}^{(۰/۲۵ \text{ نمره})} \rightarrow P(c) + P(d) = \frac{4}{35} \quad (۰/۲۵ \text{ نمره})$$

$$\rightarrow P(C') = \frac{4}{35} \quad (۰/۲۵ \text{ نمره})$$

صفحه ۴۷

فیلم پاسخ



۱۳. جعبه‌ای دارای ۵ مهره آبی و ۷ مهره سبز است. دو مهره بدون جای گذاری و به صورت پی‌درپی بیرون می‌آوریم. اگر A پیشامد آبی بودن مهره اول و B پیشامد سبز بودن مهره دوم باشد، (نمره ۱/۷۵)

الف) احتمال این که هر دو پیشامد رخ دهد چقدر است؟
ب) مستقل یا وابسته بودن پیشامدهای A و B را بررسی کنید.

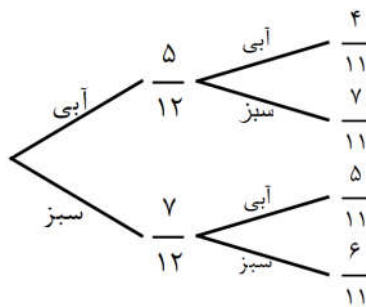
پاسخ

(الف)

$$P(A \cap B) = \frac{5}{12} \times \frac{7}{11} = \frac{35}{132} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵)

ب) روش اول:



$$P(A) = \frac{5}{12} \quad \text{و} \quad P(A \cap B) = \frac{35}{132}$$

$$P(B) = \frac{5}{12} \times \frac{7}{11} + \frac{7}{12} \times \frac{6}{11} = \frac{77}{132} \quad \text{یا} \quad \frac{7}{12} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(نمره ۰/۲۵)

$$P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \quad (\text{نمره } 0/25)$$

A و B مستقل نیستند. (نمره ۰/۲۵)

توجه: در صورتی که دانش‌آموز در قسمت الف بابت $P(A) = \frac{5}{12}$ یا $P(A \cap B) = \frac{35}{132}$ نمره‌ای دریافت نکرده است، در قسمت ب (نمره ۰/۲۵) تعلق می‌گیرد.

روش دوم:

$$P(B) = \frac{5}{12} \times \frac{7}{11} + \frac{7}{12} \times \frac{6}{11} = \frac{77}{132} \quad \text{یا} \quad \frac{7}{12} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\text{و} \quad P(B|A) = \frac{7}{11} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$P(B) \neq P(B|A) \quad (\text{نمره } 0/25)$$

فیلم پاسخ



A و B مستقل نیستند. (۰/۲۵ نمره)

صفحه ۶۵

۱۴. دو ظرف همانند داریم؛ اولین ظرف شامل ۱۶ لامپ است که ۴ تای آنها معیوب است و دومین ظرف شامل ۱۲ لامپ است که ۲ تای آنها معیوب است. به تصادف یکی از دو ظرف را انتخاب می‌کنیم و لامپی از آن خارج می‌کنیم. (۱/۵ نمره)

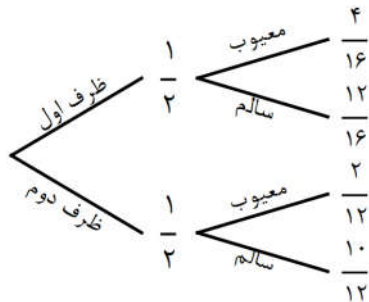
الف) احتمال آنکه لامپ انتخابی معیوب باشد چقدر است؟

ب) با فرض آنکه لامپ انتخابی معیوب باشد، با چه احتمالی از ظرف اول بیرون آمده است؟

پاسخ

A: پیشامد معیوب بودن لامپ

B: پیشامد انتخاب از ظرف اول



$$P(A) = \underbrace{\frac{1}{2} \times \frac{4}{16}}_{(نمره \ 0/25)} + \underbrace{\frac{1}{2} \times \frac{2}{12}}_{(نمره \ 0/25)} = \frac{5}{24} \quad (نمره \ 0/25)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\underbrace{\frac{1}{2} \times \frac{4}{16}}_{(نمره \ 0/25)}}{\frac{5}{24}} = \frac{3}{5} \quad (نمره \ 0/25)$$

توجه: در صورتی که دانش‌آموز تنها نمودار درختی را رسم کرده باشد (۰/۲۵ نمره) نمره تعلق گیرد.

صفحه ۵۷

فیلم پاسخ



۱۵. ۸۵ درصد افراد شاغل در ادارات دولتی یک شهر، تحصیلات دانشگاهی دارند. به تصادف ۳ نفر را انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که هیچکدام از آن‌ها تحصیلات دانشگاهی نداشته باشند، چقدر است؟ (۰/۷۵ نمره)

پاسخ

$$\underbrace{\left(\frac{0}{15}\right)^3}_{(0/5 \text{ نمره})} = \underbrace{\left(\frac{3}{20}\right)^3}_{(0/25 \text{ نمره})} = \frac{27}{8000}$$

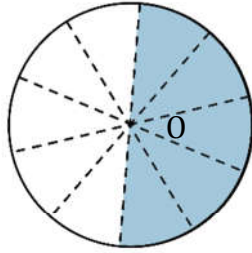
صفحه ۶۷

فیلم پاسخ



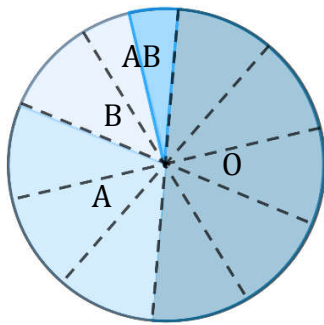
۱۶. گروه خونی ۱۰۰ نفر به شرح زیر داده شده است. نمودار دایره‌ای مربوط به این داده‌ها را کامل کنید. (۰/۷۵ نمره)

گروه خونی	O	A	B	AB
فراوانی	۵۰	۳۰	۱۵	۵



پاسخ

هر قطاع صحیح (۰/۲۵ نمره)



صفحه ۷۲

فیلم پاسخ



۱۷. داده‌های آماری ۱۵ و ۱۶ و ۱۴ و ۹ و ۱۱ و ۱۲ و ۱۵ و ۱۸ و ۱۳ و ۱۱

را در نظر بگیرید. (۱/۲۵ نمره)

الف) مقادیر زیر را مشخص کنید.

میان = ...

$IQR = \dots$

ب) مد داده‌های بالا را در صورت وجود مشخص کنید.

پاسخ

الف)

۹, ۱۱, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۵, ۱۶, ۱۸

میان = $13/5$ (۰/۵ نمره)

$IQR = 15 - 11 = 4$ (۰/۲۵ نمره)

ب) ۱۵ و ۱۱ (۰/۵ نمره)

صفحات ۸۲ و ۹۲

فیلم پاسخ



۱۸. الف) میانگین ۵ داده آماری ۱۷ است. داده‌های ۲۱ و ۲۰ به آن‌ها اضافه شده است. میانگین ۷ داده را محاسبه کنید. (۱/۷۵ نمره)
- ب) اگر انحراف ۵ داده از میانگین آن‌ها ۴، ۱، ۲، -۲ و -۵ باشند، آن‌گاه واریانس این داده‌ها را به دست آورید.

پاسخ

$$\text{الف) } 17 = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i}{5} \rightarrow \sum_{i=1}^5 x_i = 5 \times 17 = 85 \quad (\text{۰/۵ نمره})$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i + 21 + 20}{7} = 18 \quad (\text{۰/۵ نمره})$$

صفحه ۸۵

$$\text{ب) } \sigma^2 = \frac{\overbrace{(-5)^2 + 2^2 + (-2)^2 + 1^2 + 4^2}^{(۰/۲۵ \text{ نمره})}}{\underbrace{5}_{(۰/۲۵ \text{ نمره})}} = \frac{50}{5} = 10 \quad (\text{۰/۲۵ نمره})$$

صفحه ۸۸

فیلم پاسخ

